

ВСТУП ДО ГОМОЛОГІЧНОЇ АЛГЕБРИ  
VI КУРС, II СЕМЕСТР

- (1) Поняття симпліціального комплексу. Геометрична реалізація симпліціального комплексу.
- (2) Гомотопність неперервних відображень. Гомотопічна категорія топологічних просторів.
- (3) Пари Борсука. Теорема про еквівалентність простору та його фактора за стягуваним підпростором.
- (4) Поняття клітинного простору (CW-комплексу). Клітинні підпростори, як пари Борсука.
- (5) Поняття конуса, циліндра та надбудови. Гомотопічна еквівалентність факторпростору та конуса для клітинних підпросторів.
- (6) Довга коточна послідовність в гомотопічній категорії, асоційована з парою Борсука (послідовність Пуупе).
- (7) Поняття групи та когрупи в категорії. Структура когрупи на надбудові.
- (8) Властивість підняття гомотопії. Поняття накриваючого простору. Теорема про зв'язок фундаментальної групи та групи автоморфізмів над базою для однозв'язного накриття.
- (9) Поняття абстрактного та геометричного симпліціального комплексу. Групи гомологій симпліціального комплексу з коефіцієнтами в кільці.
- (10) Симпліціальна категорія. Стандартні твірні  $\partial_i^j, \sigma_i^j$  симпліціальної категорії та співвідношення між ними.
- (11) Представлення морфізму симпліціальної категорії  $[m] \rightarrow [n]$  в вигляді  $\partial_n^{i_1} \dots \partial_{n-s+1}^{i_s} \sigma_{m-t}^{j_t} \dots \sigma_{m-1}^{j_1}$ ,  $n \geq i_1 > \dots > i_s \geq 0$ ,  $m \geq j_1 > \dots > j_t \geq 0$ ,  $n = m - t + s$ .
- (12) Означення симпліціального об'єкта в категорії. Симпліціальні множини. Приклад: класифікаційний простір групи.

- (13) Геометрична реалізація симпліціальної множини. Лема Ейленберга - Зільбера.
- (14) Симпліціальні об'єкти в адитивних та абелевих категоріях. Комплекс, асоційований з симпліціальним об'єктом в адитивній категорії.
- (15) Сингулярні симплекси. Зв'язок між сингулярними симплексами та геометричною реалізацією.
- (16) Абелевість категорії функторів до абелевої категорії.
- (17) Категорія комплексів та гомотопічна категорія. Функтор гомологій.
- (18) Поняття адитивного відношення. Конструкція зв'язуючого гомоморфізму.
- (19) Лема про змію.
- (20) Точність довгої гомологічної послідовності.
- (21) Поняття конуса гомоморфізму комплексів. Комплекс конуса для вкладення геометричних симпліціальних комплексів.
- (22) Довга точна послідовність, асоційована з конусом морфізмів комплексів. Збіг зв'язуючого гомоморфізму з індукованим функтором гомологій.
- (23) Поняття розщепленого комплексу. Будова розщеплених комплексів.
- (24) Поняття гомологічного ізоморфізму. Зв'язок між гомологічними ізоморфізмами та ациклічністю конуса.
- (25) 5-лема.
- (26) Означення гомотопічної категорії комплексів. Стягнуті об'єкти. Стягнутість конусів ізоморфізмів.
- (27) Поняття проєктивної резольвенти. Її єдиність з точністю до ізоморфізму в гомотопічній категорії.
- (28) Поняття ін'єктивної резольвенти. Її єдиність з точністю до ізоморфізму в гомотопічній категорії.
- (29) Аксиоми триангульованої категорії. Точність трикутників та відповідна довга точна послідовність.

- (30) Аксиоми триангульованої категорії. Коточність трикутників та відповідна довга точна послідовність.
- (31) Перевірка аксіом триангульованої категорії для гомотопічної категорії комплексів (крім аксіоми октаедра).
- (32) Поняття циліндра морфізму. Ізоморфізм циліндра та області в гомотопічній категорії.
- (33) Склейка двох довгих точних послідовностей, асоційованих з конусом морфізму.
- (34) Гомологічні ізоморфізми є локалізуючим сімейством в гомотопічній категорії.
- (35) Розщепимість гомологічного ізоморфізму на обмежений справа проєктивний комплекс.
- (36) Розщепимість гомологічного ізоморфізму з обмеженого зліва ін'єктивного комплексу.
- (37) Повна підкатегорія в похідній категорії, об'єктами якої є комплекси, у яких всі зникають всі гомології з ненульовими номерами.
- (38) Повна підкатегорія в похідній категорії, об'єктами якої є комплекси, у яких всі зникають всі гомології, крім однієї. Поняття Ext.
- (39) Конструкція проєктивної резольвенти обмеженого справа комплексу.
- (40) Конструкція ін'єктивної резольвенти обмеженого зліва комплексу.
- (41) Лівий похідний функтор та його властивості.
- (42) Правий похідний функтор та його властивості.